

Modelo matemático de aproximación cuadrática para el flujo de potencia óptimo en sistemas eléctricos de distribución

Mathematical Model of Quadratic Approximation for Optimal Power Flow in Electrical Distribution Systems

Tibanquiza Giovanna Gabriela¹, Luz Córdova Guaraca², Carlos Quinatoa Caiza³, Marco León Segovia⁴, Ángel León Segovia⁵

RESUMEN

El objeto de este documento, es el desarrollo de un modelo matemático que permita obtener un valor óptimo global y eliminar el proceso de interacciones haciendo más rápido su convergencia, debido a que los métodos tradicionales para los flujos de potencia del sistema de transmisión no resultan confiables, cuando se los aplica a las redes de distribución, y estos a su vez aumentan su complejidad a medida que su número de nodos es mayor, dando como solución a este problema el desarrollo del modelo matemático basado en la aproximación cuadrática en el plano complejo con las series de Taylor. Obteniendo como resultado del modelo matemático realizado un porcentaje de error del 5% con un voltaje de 0.8 pu, lo cual determina que su linealización es óptima para el desarrollo de los flujos de potencia en los sistemas radiales, finalmente la validación del OPF se realizó con una comparación de los resultados obtenidos con el modelo desarrollado aplicado a los sistemas de prueba IEEE, siendo estos comparados con los resultados expuestos por los métodos tradicionales como el Gauss Seidel y Newton Raphson, demostrando así que este modelo matemático puede considerarse como una solución óptima para el cálculo del OPF de los sistemas de distribución por su rápida convergencia, su tiempo de cálculo y su adaptación para los sistemas de distribución.

Palabras claves: Aproximación cuadrática, OPF, función objetivo, restricciones, CVX.

ABSTRACT:

The purpose of this document is the development of a mathematical model that allows to obtain a global optimal value and to eliminate the process of interactions making faster their convergence, because the traditional methods for the power flows of the transmission system are not reliable, when they are applied to the distribution networks, and these in turn increase

Recibido 14 de julio del 2019; revisión aceptada 13 de agosto 2019

¹ Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga, Cotopaxi, Ecuador, giovanna.tibanquiza3182@utc.edu.ec

² Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga, Cotopaxi, Ecuador, luz.cordova2518@utc.edu.ec

³ Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga, Cotopaxi, Ecuador, carlos.quinatoa4@utc.edu.ec

⁴ Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga, Cotopaxi, Ecuador, manuel.leon@utc.edu.ec

⁵ Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga, Cotopaxi, Ecuador, marco.leon@utc.edu.ec

their complexity as their number of nodes is greater, giving as a solution to this problem the development of the mathematical model based on the quadratic approximation in the complex plane with the Taylor series. Obtaining as a result of the mathematical model made a percentage of error of 5% with a voltage of 0.8 pu, which determines that its linearization is optimal for the development of the power flows in the radial systems, finally the validation of the FPO was carried out with a comparison of the results obtained with the developed model applied to the IEEE test systems, being these compared with the results exposed by the traditional methods as the Gauss Seidel and Newton Raphson, demonstrating this way that this mathematical model can be considered as an optimal solution for the calculation of the FPO of the distribution systems for its fast convergence, its time of calculation and its adaptation for the distribution systems.

Keywords: Quadratic approximation, OPF, objective function, restrictions, CVX.

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo está orientado en desarrollar una aproximación cuadrática en el plano complejo, para el cálculo del OPF en sistemas de distribución, el cual ayuda a determinar el estado, la operación y las pérdidas que existen en los sistemas, en un tiempo y convergencia rápida en comparación con los métodos tradicionales, debido a que la aproximación cuadrática realizada en esta investigación permite obtener un valor óptimo global, evitando las iteraciones que se producen al resolver funciones no lineales.

La linealización de la función polinómica tiende a ser convexa, permitiendo el uso de CVX, siendo el mismo, un sistema de modelado para construir y resolver problemas convexos disciplinados, que permite minimizar o maximizar una función objetiva a través una serie de restricciones, siendo en este caso la minimización de pérdidas de todo el sistema eléctrico, regidas por los límites voltaje y de potencia de la generación distribuida, siendo esta una variable adicional al sistema de pruebas.

Esta solución puede ser de gran ayuda para las empresas eléctricas de distribución, los cuales pueden hacer uso de la misma, mejorando el aprovechamiento del tiempo de cálculo en los flujos óptimos de potencia, de tal manera que su accionamiento a una variación en el sistema será inmediato.

2. METODOLOGÍA

A. Revisión del estado de arte

Las redes de distribución forman una parte muy importante de los sistemas de potencia porque toda la potencia que se genera se tiene que distribuir entre los usuarios y éstos se encuentran dispersos en grandes territorios. Así pues, la generación se realiza en grandes bloques concentrados en plantas de gran capacidad y la distribución en grandes territorios con cargas de diversas magnitudes. Por esta razón el sistema de distribución resulta todavía más complejo que el sistema de potencia [1].

Los consumidores se conectan a la red de media tensión a través de los transformadores de distribución, aquellos consumidores que se encuentren más cercanos a la subestación serán los más beneficiados en términos de pérdidas, nivel de tensión, calidad y confiabilidad del producto como se puede ver en la figura 1. Se entiende por media tensión a los niveles comprendidos entre los 6.9 kV a los 22 kV para el Ecuador. Los usuarios, clientes o consumidores que se encuentre más lejanos de la subestación en ese alimentador serán los más afectados por las pérdidas y niveles de tensión, así la red de esa manera concebida es una red un poco pasiva puesto que no hay interacción entre los clientes y la empresa, los primeros se limitan a pagar el consumo de energía y los segundos a satisfacer la demanda de sus clientes en ese alimentador [2].

Se denomina flujo de potencia a la solución en estado estacionario de un Sistema Eléctrico de Potencia bajo ciertas condiciones preestablecidas de generación; carga y topología de la red. Con el flujo óptimo de potencia se obtienen los niveles de tensión en magnitud y ángulo de todas las barras del sistema, la potencia que circula por los elementos de la red y sus pérdidas [3].

Los métodos de solución para los flujos de potencia pueden ser varios, pero los más destacados son:

- **Método de Gauss Seidel:** Es considerado como método de eliminación para resolver ecuaciones simultáneas suministra soluciones suficientemente precisas hasta para 15 o 20 ecuaciones, sin embargo, tiene la desventaja es que no siempre converge a una solución o que a veces converge muy lentamente.
- **Método de Newton Raphson:** Este método, es un método iterativo, es uno de los más usados y efectivos, no trabaja sobre un intervalo, sino que basa su fórmula en un proceso iterativo.
- **Método barrido iterativo:** Este modelo permite resolver flujos de carga basándose en la aplicación de las leyes de Kirchhoff en los sistemas de distribución de red radial, no se necesita la matriz Jacobiana los pasos para este método se basan en iteración de tensiones y corrientes los cuales se repiten hasta conseguir un resultado deseado [4].

B. Modelamiento Matemático

En la actualidad existen metodologías de flujos de potencia que son para redes de transmisión, sin embargo, se requiere de métodos orientados especialmente a los sistemas eléctricos de distribución diseñados en base a las necesidades de este tipo de sistemas, para este fin se realiza un método matemático de aproximación cuadrática para sistemas radiales, lo cual se parte de un modelo ZIP y finaliza el modelo mencionado, con una función objetiva la cual tiene el trabajo de minimizar pérdidas del sistema eléctrico y como restricciones los límites de potencia y voltaje los cuales son simulados con la ayuda de la herramienta del CVX de Matlab en el cual se corrobora los resultados obtenidos en comparación a los diferentes métodos tradicionales, demostrando que nuestro sistema es más eficiente en cuanto al tiempo y su inmediata convergencia, además de que se pueden incluir GD en cualquier punto del sistema.

- **Modelo polinomial:** Es una suma finita de términos en la que todas las variables tienen exponentes enteros no negativos y donde los denominadores no incluyen variables [5].
- **Función linealizada:** para realizar la linealidad de la función polinómica se debe determinar que esta función sea holomorfa para poder trabajar con la serie de Taylor en el plano complejo.

Para pertenecer a funciones holomorfas debe cumplir con las condiciones de Cauchy Riemann, donde se debe realizar las ecuaciones diferenciales tanto para x como y, en la parte imaginaria y real, lo cual queda expresado de la siguiente manera.

$$\frac{dU}{dx} = \frac{dV}{dy} \qquad \frac{dU}{dy} = -\frac{dV}{dx} \qquad (1)$$

Como las derivadas de la función polinómica en la parte real e imaginaria cumplen con la condición de Cauchy Riemann, la función es holomorfa, es decir es derivable en diferentes puntos dentro de un entorno.

Serie de Taylor

Se puede observar $f(V) = \frac{1}{V} = \frac{1}{(1-\Delta V)}$, es una función holomorfa, por lo cual se puede aplicar la serie la serie de Taylor:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_0^{(n)}}{n!} x^n = f_{(0)} + \frac{f'_{(0)}}{1!} X + \frac{f''_{(0)}}{2!} X^2 + \dots + \frac{f^{(n)}_{(0)}}{n!} X^n \qquad (2)$$

Siendo $\Delta V = 0$ se tiene:

- Para el valor inicial

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1-\Delta V)} = \frac{1}{1-0} = 1 \quad (3)$$

➤ Para la primera derivada

$$f'(\Delta V) = \frac{d}{d\Delta V} (1-\Delta V)^{-1} = (1-\Delta V)^{-2} = \frac{1}{(1-\Delta V)^2} = \frac{1}{(1-0)^2} = 1 \quad (4)$$

➤ Para la segunda derivada

$$f''(\Delta V) = \frac{d}{d\Delta V} (1-\Delta V)^{-2} = 2(1-\Delta V)^{-3} = \frac{2}{(1-\Delta V)^3} = \frac{2}{(1-0)^3} = 2 \quad (5)$$

Finalmente, al remplazar las ecuaciones (3), (4) y (5) en la ecuación de Taylor (2) se tiene lo siguiente:

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1-\Delta V)} = 1 + \frac{1}{1!} \Delta V + \frac{2}{2!} \Delta V^2 \quad (6)$$

Resolviendo las factoriales:

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1-\Delta V)} = 1 + \Delta V \quad (7)$$

Despreciando términos superiores y reemplazando $\Delta V = 1 - V$ se puede obtener una aproximación lineal para la potencia constante.

$$f(\Delta V) = \frac{1}{(1-\Delta V)} = 1 + \Delta V = 1 + (1 - V) = 2 - V \quad (8)$$

Por tal razón se puede calcular el error porcentual al tomar en cuenta el modelo no lineal y el modelo linealizado de la potencia constante como sigue:

$$\psi(V) = 100 \cdot \left\| \frac{1}{V} - (2 - V) \right\| \quad (9)$$

De modo que:

$$\psi(V) = 100 \cdot \left\| \frac{1}{0.8} - (2 - 0.8) \right\| = 5\% \quad (10)$$

Como se puede observar el porcentaje de error es del 5% lo cual quiere decir que este porcentaje determina el error que produce al linealizar nuestra función, determinando que el mismo, es válido para la aproximación cuadrática que se está realizando en este trabajo. Cabe mencionar que en la función de la ecuación (45) el porcentaje de error disminuye mientras el voltaje (V) se acerque más a 1.

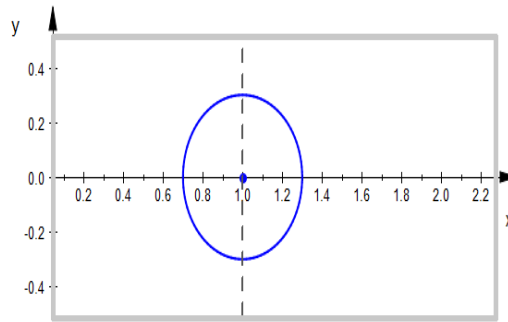


Figura 1. Región cerrada de la aproximación propuesta para los sistemas de distribución.

En la fig. 1 se puede observar la región cerrada, donde $\delta_{m\acute{a}x}$ hace referencia al límite de caída de voltaje máximo permitido. En este trabajo se considera un $\delta_{m\acute{a}x}$ de 0.3 en lo que el nodo slack es $1 \angle 0^\circ$ y los voltajes restantes están dentro de esta región.

Matriz de admitancias

Para el desarrollo de flujos de potencia es necesario tener una matriz de admitancias para lo cual los voltajes nodales y las corrientes $I_N = Y_{BUS} \cdot V_{BUS}$ están relacionados de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} I_S \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{SS} \cdot Y_{SN} \\ Y_{NS} \cdot Y_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_S \\ V_N \end{pmatrix} \quad (11)$$

Por lo cual:

$$I_N = Y_{NS} V_S + Y_{NN} V_N \quad (12)$$

$$I_S = Y_{SS} V_S + Y_{SN} V_N \quad (13)$$

Modelo Cuadrático

Se deduce que $\frac{1}{V_k} = 2 - V$, lo cual al despejar V_k se tiene:

$$V_k = \frac{1}{2 - V} \quad (14)$$

Al remplazar la ecuación (14) en la ecuación principal, se tiene lo siguiente:

$$I_k = \frac{S_{PK}^*}{1} + S_{IK}^* + S_{ZK}^* \cdot V_k \quad (15)$$

De modo que:

$$I_N = S_{PN}^* (2 - V^*) + S_{IN}^* + S_{ZN}^* \cdot V_N \quad (16)$$

Al remplazar la ecuación (12) en la ecuación (16) se tiene la siguiente expresión:

$$Y_{NS}V_S + Y_{NN}V_N = 2S_{PN}^* - V^*S_{PN}^* + S_{IN}^* + S_{ZN}^*V_N \quad (17)$$

De modo que al hacer la igualación y organizar términos se tiene:

$$Y_{NS}V_S - 2S_{PN}^* - S_{IN}^* + Y_{NN}V_N - S_{ZN}^*V_N + V^*S_{PN}^* = 0 \quad (18)$$

Finalmente, se puede representar la ecuación (18) de la siguiente forma:

$$A + B.V_N + C.V_N^* = 0 \quad (19)$$

Donde:

A Se define como términos constantes

B Se define como términos que acompañan a $[V_N]$

C Se define como términos que acompañan a $[V_N]^*$

Para ello se tiene:

$$A = Y_{NS}V_S - 2S_{PN}^* - S_{IN}^* \quad (20)$$

$$B = Y_{NN} - \text{diag}(S_{ZN}^*) \quad (21)$$

$$C = \text{diag}(S_{NP}^*) \quad (22)$$

La función objetivo no puede ser complejo por ello se obtiene una representación convencional separando en parte real e imaginaria partiendo de la ecuación (19) de la siguiente forma matricial:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_r + C_r & B_i - C_i \\ B_i + C_i & -B_r + C_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_r \\ A_i \end{pmatrix} \quad (23)$$

Simplificando términos para facilitar la interpretación de los mismos en la programación, se determina una matriz M constante de la siguiente manera:

$$M = \begin{pmatrix} B_r + C_r & B_i - C_i \\ B_i + C_i & -B_r + C_r \end{pmatrix} \quad (24)$$

Reemplazando la ecuación (24) en la (23) la ecuación se determina de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -A_r \\ -A_i \end{pmatrix} \quad (25)$$

Al ingresar un nodo con generación distribuida su ecuación quedará expresada de la siguiente forma:

$$A + B.V_N + C.V_N^* + D.S_G^* = 0 \quad (26)$$

Donde:

D Se define como Generación Distribuida

S_G^* Se define como la potencia aparente de la generación distribuida

Quedando de forma matricial tal que:

$$\begin{pmatrix} D.S_r \\ -D.S_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_r \\ A_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_r + C_r & B_i - C_i \\ B_i + C_i & -B_r + C_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} \quad (27)$$

Donde:

S_r, S_i es la potencia activa y reactiva entregada por los generadores distribuidos.

V_r, V_i Es el voltaje obtenido en función de S_r, S_i .

A, B, C, D son términos constantes.

Para facilitar el cálculo, se realiza la matriz W la cual deja el voltaje en función de la potencia generada y se representa de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} W_{rr} & W_{ri} \\ W_{ir} & W_{ii} \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -D & 0 \\ 0 & D \end{pmatrix} \quad (28)$$

Donde W es una matriz real.

Finalmente, reemplazando la ecuación (25) y la (28) en la (27) se tiene la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_r \\ U_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{rr} & W_{ri} \\ W_{ir} & W_{ii} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_r \\ S_i \end{pmatrix} \quad (29)$$

Donde V_r y V_i de la ecuación (25) son reemplazados por U_r y U_i respectivamente.

Gracias a los diferentes teoremas aplicados, el modelo matemático propuesto se linealizó, lo cual se puede simular con la herramienta CVX de Matlab, sin embargo, para ello se requiere considerar diferentes funciones objetivas.

Función Objetivo

La función objetivo a minimizar puede ser: despacho económico, costos de generación, pérdidas, entre otros.

En este caso se consideró pérdidas mínimas del sistema lo cual se observa en la ecuación 34.

$$P_L = V_S' \cdot Y_{SS} \cdot V_S^* + 2 \cdot V_N' \cdot G_{NS} \cdot V_S + V_{Nr}' \cdot G_{NN} \cdot V_{Nr} + V_{Ni}' \cdot G_{NN} \cdot V_{Ni} \quad (30)$$

Siendo

P_L : pérdidas eléctricas del sistema

G : la matriz de conductancia

Restricciones

Las restricciones que puede tener la función objetivo pueden ser: límites de potencia, límites de generadores, límites de control de taps en los transformadores, entre otros. Las restricciones propuestas para el presente trabajo son:

Límites de potencia

$$S_r \leq S_{r_m\acute{a}x} \quad (31)$$

Límites de voltaje

$$(1 - V_r)^2 + V_i^2 = \delta_{\max}^2 \quad (32)$$

Flujos de línea

$$Z_{12} * S_{12} = (V_1 V_1 - V_2 V_2) \quad (33)$$

C. RESULTADOS

A. Pruebas de sistemas radiales

En primera instancia para corroborar los resultados de la aproximación cuadrático se ha realizado una serie de experimentos demostrando su funcionamiento para diferentes sistemas como se puede mencionar:

➤ Sistema de Prueba IEEE 37

La fig. 2 representa el sistema de prueba de IEEE 37 nodos el cual tiene una particularidad de ser sistema radial, esto quiere decir que tiene un solo punto de alimentación de energía, teniendo como el primer nodo, el nodo Slack, y los restantes como nodos PQ.

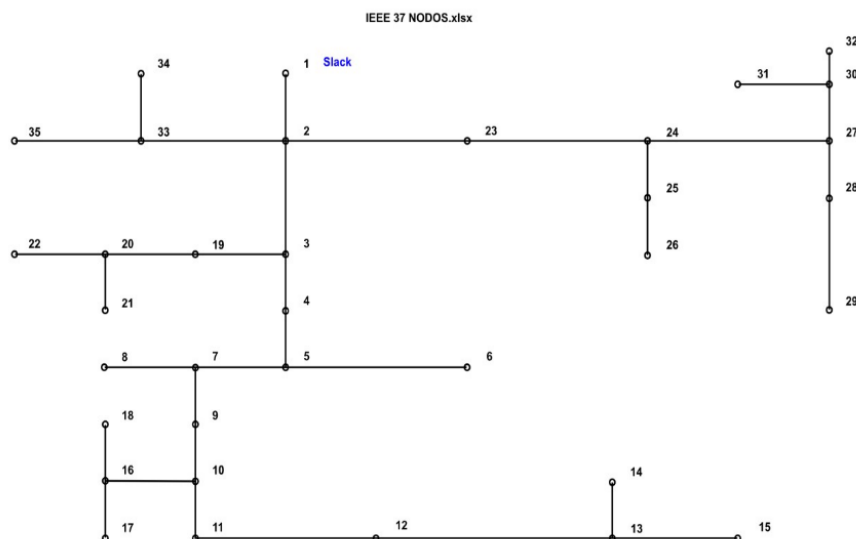


Figura 2. Esquema del sistema de prueba IEEE37.

La fig. 3 corresponde a los resultados obtenidos con el modelo de aproximación cuadrática los cuales presentan los voltajes en valores en p.u. en cada nodo. Se puede observar también que los nodos más cercanos a la fuente de alimentación tienen menos caídas de voltaje.

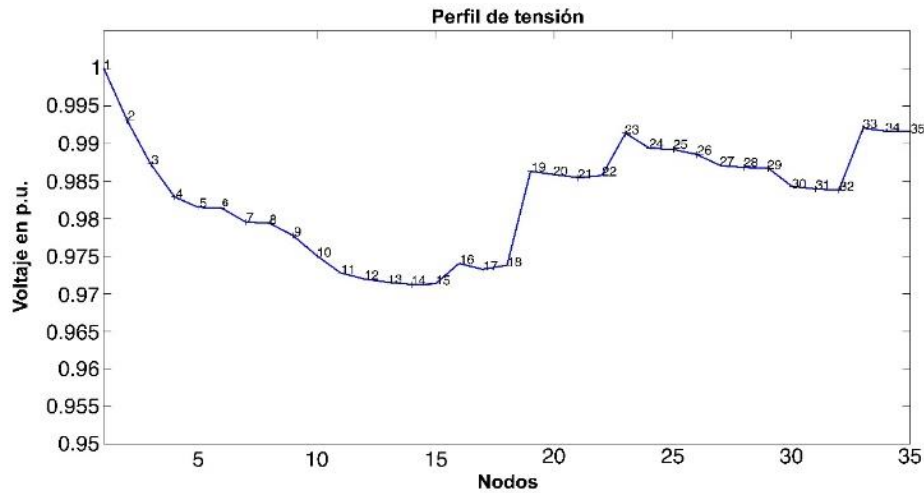


Figura 3. Perfiles de voltaje nodal, IEEE 37 nodos.

En la fig. 4 se puede observar los valores angulares del voltaje nodal, en el cual se perciben que sus valores disminuyen de forma brusca los que se encuentran cerca del nodo fuente, debido a que estos nodos están conectados a los subramales y laterales, siendo estos el nodo fuente de sus ramales.

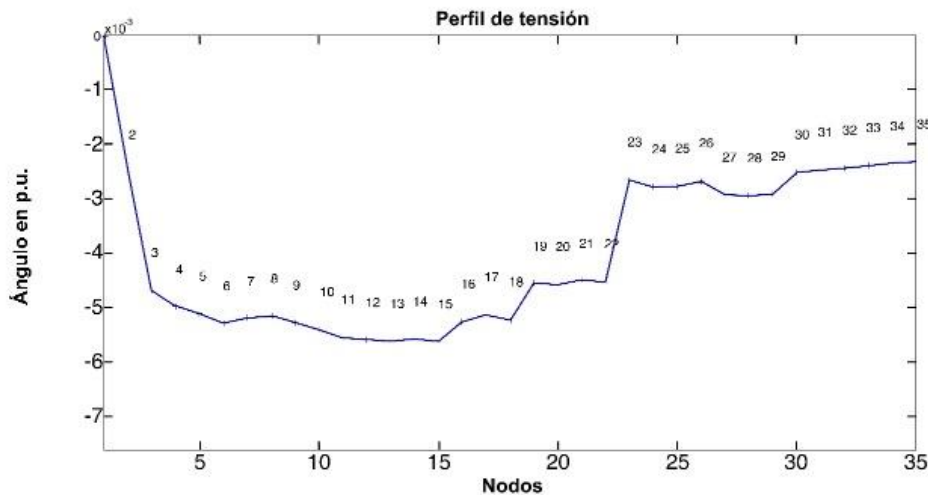


Figura 4. Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 37 nodos.

➤ Sistema de Prueba IEEE 69.

En la fig 5 se puede observar un sistema de 69 nodos el cual cuenta con un ramal principal y 7 ramales secundarios, representa un sistema radial más complejo. Se considera que tiene demanda en la mayoría de los nodos del sistema a excepción del nodo fuente.

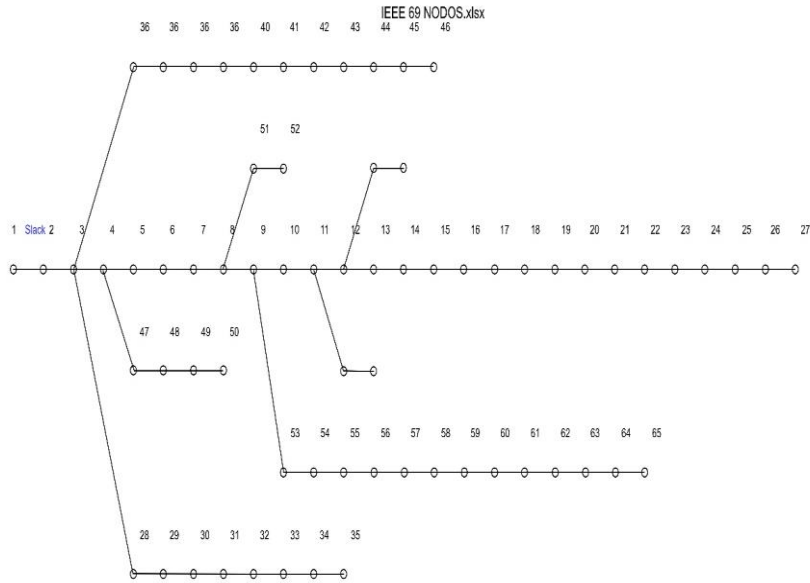


Figura 5. Sistema de prueba IEEE 69 nodos.

En la fig. 6 se puede apreciar cómo se van disminuyendo las caídas de voltaje en los nodos más cercanos al alimentador principal dichos valores se los puede apreciar en el anexo B.0.2

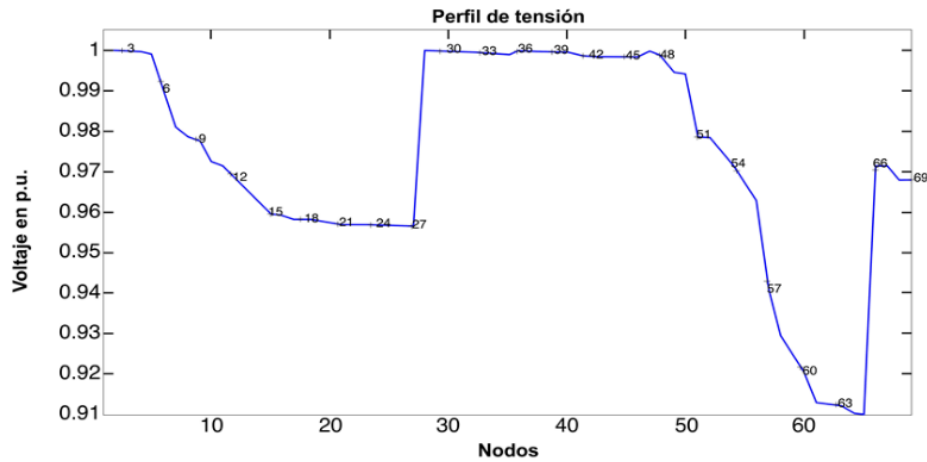


Figura 6. Perfiles de voltajes de IEEE 69 nodos.

Como se muestra en la fig. 7, el comportamiento del voltaje nodal, tiene una característica opuesta con respecto al comportamiento del voltaje, esto es debido a las pérdidas que se producen conforme el nodo se encuentre más alejado del nodo fuente.

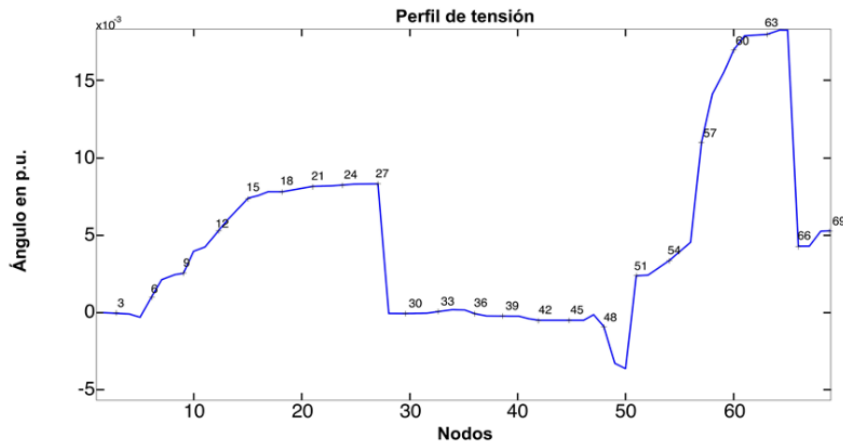


Figura 7. Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 69 nodos.

➤ Sistema de Prueba IEEE 119.

Un sistema de 119 nodos es mostrado en la fig. 8, se puede observar que tiene complejidad debido a que es un sistema extenso, demostrando que los sistemas de distribución son complejos por su topología.

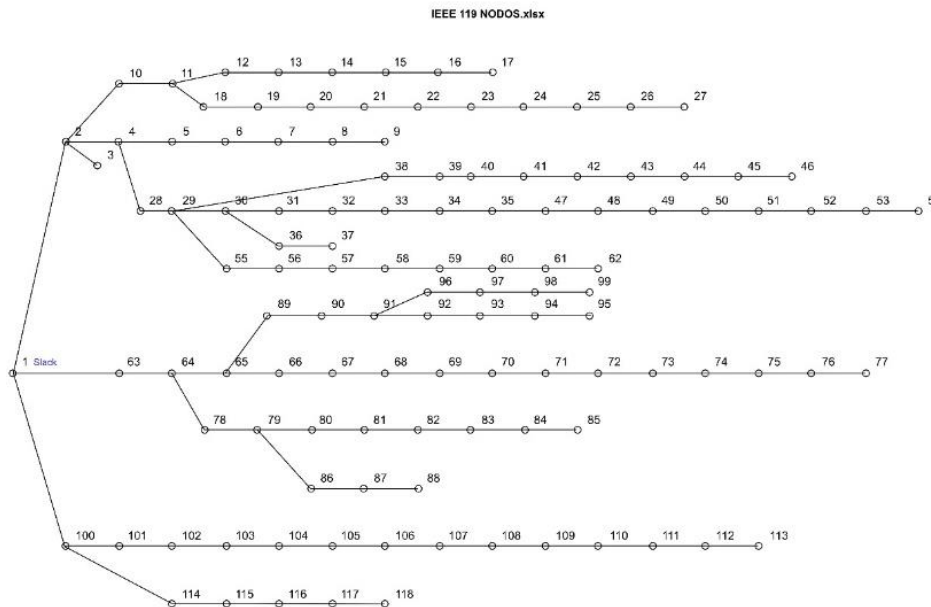


Figura 8. Sistema de prueba IEEE 119.

En la fig. 8, se puede observar que los ángulos 54 y 113 se encuentran alejados del nodo fuente, por tal razón se puede observar una gran caída de voltaje en los nodos anteriormente mencionados como se observa en la figura 9. Cabe mencionar que en este caso los ángulos tienden a comportarse de una forma opuesta a la de los voltajes como se lo puede observar en la fig. 10.

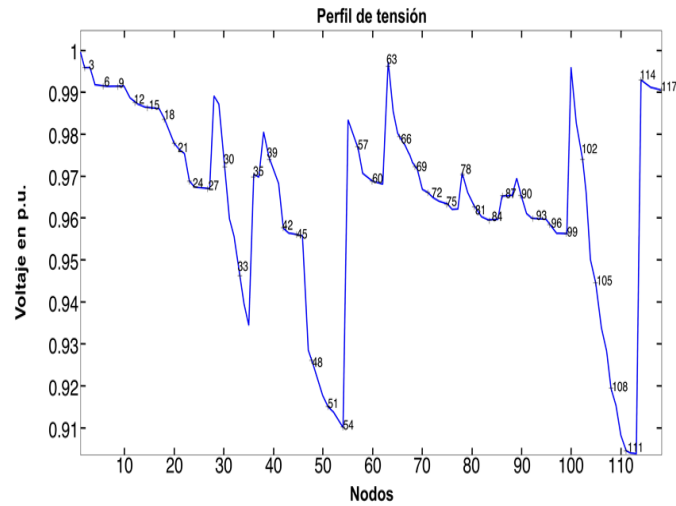


Figura 9. Perfiles de voltajes de IEEE 119 nodos.

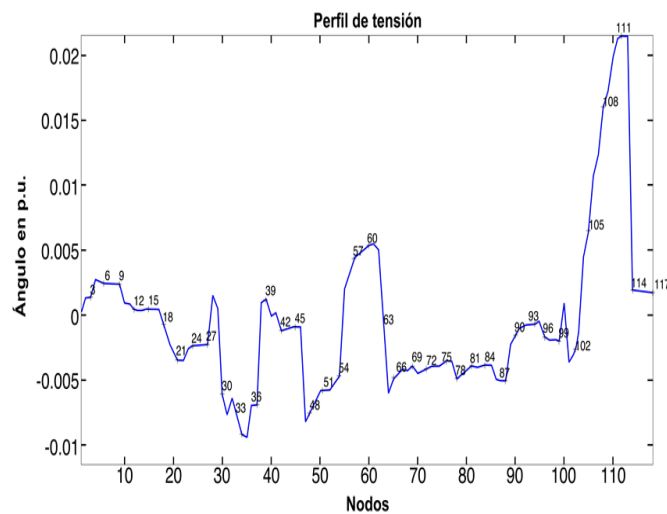


Figura 10. Perfiles de ángulos de voltajes de IEEE 119 nodos.

B. Análisis de características de convergencia

A continuación, se presenta la comparación de las características de convergencia de los diferentes métodos, siendo estos Gauss Seidel, Newton Raphson y la aproximación cuadrática que se presenta en esta investigación para los diferentes métodos de prueba IEEE mencionados. En el método de Gauss Seidel y Newton Raphson se considera una tolerancia mayor a 0.00000008 siendo este valor un criterio de convergencia.

En la tabla 1 se puede observar que el modelo matemático no tiene iteraciones esto se debe a que al realizar la aproximación cuadrática se convierte en una función convexa teniendo como resultado un óptimo global, mientras que los demás métodos presentan sus números de iteraciones y su tiempo de cálculo, ya que parten desde una función no lineal, haciendo que nuestro modelo sea más eficiente en estos aspectos. El tiempo de cálculo e iteraciones mostradas en CVX hace referencia al problema de iteraciones que se debe realizar para minimizar las pérdidas a través de las restricciones mas no al cálculo del flujo de potencia.

Mencionando que, si los métodos tradicionales optan por un flujo óptimo, su tiempo de cálculo aumentara a medida que se introduzcan las restricciones.

Tabla 1. Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE 37 nodos.

Método	Pérdidas	Número de iteraciones	Tiempo de cálculo (s)
Aproximación cuadrática	0,029745	-	-
Aproximación cuadrática con cvx	0,029745	10	0,45
Newton Raphson	0,031	4	0,155
Gauss Seidel	0,0306245	964	0,268

En la tabla 2 se puede observar que el número de iteraciones y el tiempo de cálculo se ha incrementado debido al mayor número de nodos que existen en el sistema de prueba IEEE 69.

Tabla 2. Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE69 nodos.

Método	Pérdidas	Numero de iteraciones	Tiempo de cálculo (s)
Aproximación cuadrática	0,221671	-	-
Aproximación cuadrática con cvx	0,221671	13	0,65
Newton Rapshon	0,225	5	0,641
Gauss Seidel	0,224649	17386	11,584

Al eliminarse las iteraciones, su tiempo de cálculo tiende a ser nulo como se puede observar en la tabla 3, cabe mencionar que, al considerar el tiempo de la optimización con el CVX, este sigue siendo eficiente en comparación con los demás métodos.

Como se ha venido observando los métodos Gauss Seidel y Newton Raphson aumentan su tiempo e iteraciones en sus procesos a medida que su número de nodos incrementa, siendo lo opuesto en el método de la aproximación cuadrática.

Tabla 3. Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE119 nodos.

Método	Pérdidas	Numero de iteraciones	Tiempo de cálculo (s)
Aproximación cuadrática	0,92282	-	-
Aproximación cuadrática con cvx	0,92282	13	0,76
Newton rapshon	0,932	5	1,36
Gauss seidel	0,932004	1222	2,369

A medida que los valores de reactancia y resistencia disminuyen a $1e-4$, el cálculo del flujo de potencia en el método de Newton Raphson empieza a tener error en su cálculo siendo esto menos confiable en comparación del método propuesta en esta investigación.

Tabla 4. Resultados comparativos con el sistema de prueba de la IEEE37 nodos.

Método	Pérdidas	Número de iteraciones	Tiempo de cálculo (s)
Aproximación cuadrática	0.002936	-	-
Aproximación cuadrática con cvx	0.002936	11	0.58
Newton rapshon	0.004	4	0.122
Gauss seidel	0.00294437	592	0.26

4. CONCLUSIONES

En el estado de arte analizado de las diferentes literaturas sobre el OPF, se pudo observar que se aplican diferentes metodologías para los flujos de potencia en los sistemas de distribución, como se puede mencionar el método de Newton Raphson desacoplado, barrido iterativo, métodos de punto interior, entre otros, los cuales solucionan diferentes aspectos, como son el económico, límite técnico, límite de estabilidad del sistema, etc. y estos resultados son factibles debido a la aplicación de una función objetiva que se limita por las restricciones que requiere según sea el caso, sin embargo estos métodos realizan procesos iterativos, siendo esto un punto en contra con respecto al tiempo.

Con el desarrollo del modelo matemático basado en la aproximación cuadrática, se realizó la linealización de la función de la potencia constante, lo cual facilitó los procesos de cálculo para el flujo óptimo de potencia del sistema, obteniendo que este modelo matemático tiene un mínimo porcentaje de error, esto se pudo comprobar al realizar la comparación de las pérdidas de los sistemas de prueba, el cual tiene un promedio de error de 0.4468, con respecto a los métodos tradicionales, siendo este valor muy bajo, demostrando que este modelo cuadrático se vuelve un modelo factible para los sistemas de distribución.

El algoritmo del modelo matemático presentado en esta investigación está diseñado especialmente para sistemas de distribución radiales, el cual muestra eficiencia con respecto a los tiempos de convergencia, debido a que su función se linealiza, no presenta número de iteraciones por ende su tiempo de cálculo es nulo, sin embargo las comparaciones también se les realiza con la aproximación cuadrática en función del CVX, el cual forma un número de iteraciones para llegar a su óptimo valor a través de restricciones, mencionando esto el modelo sigue llegando a ser óptimo en todos los sistemas de prueba.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] O. D. Montoya-Giraldo, W. J. Gil-González, and A. Garcés-Ruíz, “Flujo de potencia óptimo para redes radiales y enmalladas empleando programación semidefinida Optimal Power Flow for radial and mesh grids using semidefinite programming,” vol. 20, no. 40, pp. 29–42, 2017.
- [2] L. Pravos and R. Castro, “Implementación Del Algoritmo ‘ Forward and Backward ,’ ” vol. 1, no. 1, pp. 14–18, 2017.
- [3] O. D. Montoya, A. Garces, and S. Member, “Optimal Power Flow on DC Microgrids : A Quadratic Convex Approximation,” vol. 7747, no. c, pp. 1–5, 2018.
- [4] Aristóteles and J. D. Juárez Cervantes, *Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica*, vol. 52, no. 1. 2002.
- [5] J. Bautista and S. Fernández, “UNIVERSIDAD DE CUENCA ‘DESARROLLO DE UN ALGORITMO DE INTERRELACIÓN PARA MICROREDES DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA’ Tesis Previa a la Obtención del Título de Master en Sistemas Eléctricos de Potencia CUENCA-ECUADOR JUNIO-2015.”
- [6] E. Dominguez and M. Molina, “Normas Técnicas para Diseño y Expansión de las Redes Secundarias del Sistema de Distribución de la Empresa Eléctrica Centro Sur,” 2011.
- [7] E. F. Durán, “La Generación Distribuida: Retos frente al Marco Legal del Mercado Eléctrico Ecuatoriano,” *Rev. Técnica “Energía,”* vol. 10, no. 1, pp. 13–27, 2014.
- [8] G. B. Salazar, L. Chusin, and S. Escobar, “Análisis de Confiabilidad de Sistemas de Distribución Eléctrica con penetración de Generación Distribuida,” *Rev. Politécnica*, vol. 36, no. 1, p. 35, 2015.
- [9] M. P. G. M, “PROGRAMA INTERACTIVO DE FLUJO DE POTENCIA PARA EL LABORATORIO DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA,” 1988.
- [10] C. Huertas, “Preparadurías Sistemas de Potencia I: Flujos de Carga,” vol. 1, no. December, pp. 2–4, 2016.
- [11] A. E. Oleas and C. A. Barrera, *Control De Voltaje En Sistemas Eléctricos De Potencia Usando Transformadores Con Taps*. 2019.
- [12] “Tomas o taps de transformadores monofásicos y trifásicos - FARADAYOS.”
- [13] “Aproximación cuadrática al flujo de carga óptimo en sistemas de distribución considerando generación distribuida.”
- [14] A. R. Herrera-Orozco, J. J. Mora-Florez, and J. F. Patiño, “Simulation and Validation of Polynomial Electric Load Model Using ATP,” *Sci. Tech.*, vol. 18, no. 01, pp. 11–18, 2013.
- [15] C. López Servin, “Estudio de Flujos de Potencia Óptimos de C.A. empleando el Método de Punto Interior,” p. 210, 2016.
- [16] F. S. Quille Pinto, “OPTIMIZACIÓN DE FLUJO DE POTENCIA EN EL SISTEMA ELECTRICO ECUATORIANO CON PROGRAMACION NO LINEAL BAJO MATLAB,” Universidad Politécnica Salesiana, 2015.
- [17] A. Torres, “Series de Taylor y Series de Fourier: Un estudio comparativo,” *Univ. Granada*, p. 50, 2015.
- [18] M. C. Grant and S. P. Boyd, “The CVX Users ’ Guide, Release 2.0 (beta),” vol. 0, 2013.
- [19] F. Polinomiales, “Funciones polinomiales y sus gráficas,” pp. 232–246.
- [20] I. On, “Funciones holomorfas.”
- [21] D. V Yakubovich, “Memoria del curso ‘Análisis complejo,’ ” 2004.